

Chapitre III :

Estimation par filtre de kalman étendu

III.1. Introduction

Actuellement, les machines asynchrones sont les machines électriques les plus utilisées dans les applications industrielles. Cela est dû, en grande partie, à leur simplicité de construction et leur robustesse. Pour avoir un fonctionnement rapide et un contrôle précis (afin de garantir les performances souhaitées), les régulations de flux et de la vitesse sont indispensables. Or, les grandeurs d'état ou de sortie utilisées pour l'élaboration de la commande des machines électriques sont souvent difficilement accessibles pour des raisons techniques (flux) ou pour des problèmes de coût (vitesse, position) [2]. Il faut donc les déterminer sans utiliser de capteurs. Elles sont évaluées à partir des grandeurs déjà mesurées (courant, tension...).

L'objectif de ce chapitre est d'introduire les notions, les concepts, les définitions et les principes généraux des estimateurs plus spécialement les filtres de Kalman.

III.2. L'estimateur :

Les estimateurs, utilisés en boucle ouverte, reposent sur l'utilisation d'une copie du modèle d'une représentation de la machine en régime permanent (estimateur statique) qu'en transitoire (estimateur dynamique). La dynamique d'un estimateur dépend des modes propres de la machine. Une telle approche conduit à la mise en œuvre d'algorithmes simples et rapides, mais sensibles aux erreurs de modélisation et aux variations paramétriques au cours de fonctionnement. En effet, il n'y a aucun bouclage avec des grandeurs réelles permettant de prendre en compte ces erreurs ou perturbations. Un tel estimateur est représenté sur la figure (III.1) [15].

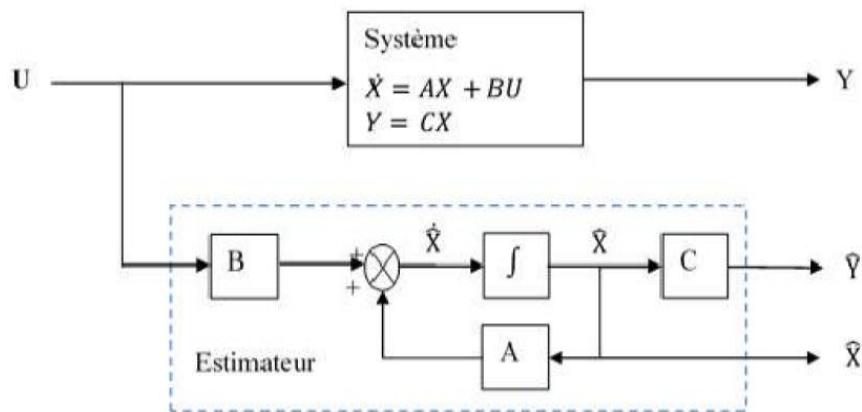


Figure (III.1) : La structure générale d'un estimateur [15].

III.3. Observateur :

Un observateur est un système auxiliaire qui permet d'estimer de façon dynamique l'état du système à partir des entrées et des sorties mesurées. Les entrées d'un observateur sont donc les entrées et les sorties du système originel et la sortie d'un observateur est l'état estimé. Dans la majorité des cas, un observateur est utilisé dans un but de commande. Il peut aussi être utilisé dans le domaine de la détection et de l'isolation de défauts, ou encore pour filtrer des mesures bruitées [15].

III.3.1. Théorie générale des observateurs :

L'objectif des observateurs est le suivant : prenant un système qui possède des états internes, ces états ne sont pas mesurables ou accessibles. Si nous voulons utiliser ces états pour une raison ou une autre pour le contrôle ou le diagnostic par exemple, il est nécessaire de calculer ces variables directement à partir des variables mesurables.

Considérons le système suivant :

$$\dot{x} = A.x + B.u \quad (\text{III.1})$$

$$y = C.x \quad (\text{III.2})$$

Avec une approche simple, il est possible de réaliser un système parallèle avec le système réel et de calculer le vecteur d'état en temps réel, comme il est montré sur la figure (III.2).

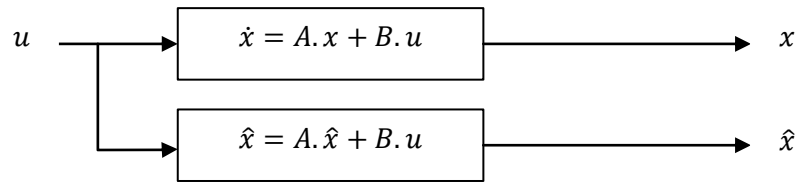


Figure (III.2) : Reconstitutions du vecteur d'état [16].

Cependant, cette approche ne prend pas en considération les conditions initiales du système qui ne sont pas connues dans la plus part des cas. Ceci entraîne une divergence entre le vecteur d'état réel et vecteur estimé.

Ce problème peut être surpassé par le fait que le vecteur de sortie obtenu à partir du vecteur d'état estimé \hat{y} , donné par (3.3), peut être comparé avec le vecteur de sortie mesuré ; la différence sera utilisée pour corriger le vecteur d'état du modèle, tel qu'il est illustré sur la (la figure III.2). Ceci est le principe de l'observateur de Luenberger[16].

$$\hat{y} = C.\hat{x} \quad (\text{III.3})$$

Par conséquent, on peut déduire les équations de cet observateur :

$$\dot{\hat{x}} = (A - L.C).\hat{x} + B.u + L.y \quad (\text{III.4})$$

a- Estimateurs utilisés en boucle ouverte

Reposant sur l'utilisation d'une représentation sous forme d'équation de *Park* en régime statique (estimateur statique) ou transitoire (estimateur dynamique). Ils sont caractérisés par la simplicité de mise en œuvre. Cependant, leur dynamique dépend des modes propres de la machine et ils sont peu robustes aux variations paramétriques avec la température et la fréquence .

b- Observateurs corrigeant en boucle fermée les variables estimées

Ces techniques de reconstitution de flux et de vitesse de rotation sont le sujet de notre travail. Dans ce qui suit, on présente donc le principe des observateurs, leur classification ainsi que la présentation de l'observateur utilisé [2].

III.3.2. Principe des observateurs :

Un observateur est un développement mathématique qui permet de reconstituer les états internes d'un système à partir uniquement des données accessibles, c'est à dire les entrées imposées et les sorties mesurées, (figure III.3) .

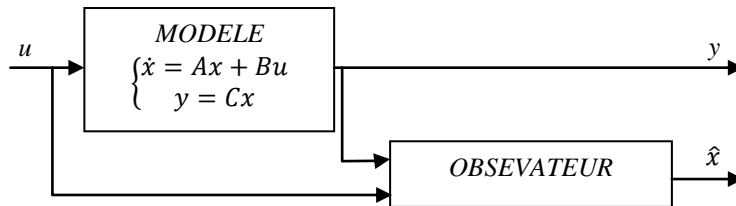


Figure (III.3) : Principe de l'observation [2]

L'observation se fait en deux phases. La première est une étape d'estimation et la seconde est une étape de correction. L'estimation se fait par le calcul des grandeurs d'état à l'aide de modèles proches du système (estimateur) et la correction se fait par l'addition ou la soustraction de la différence entre les états estimés et ceux mesurés (erreur d'estimation) que l'on multiplie par un gain K (observateur). Ce gain régit la dynamique et la robustesse de l'observateur. Son choix est donc important et doit être adapté aux propriétés du système dont on veut effectuer l'observation des états (figure III.4)[2].

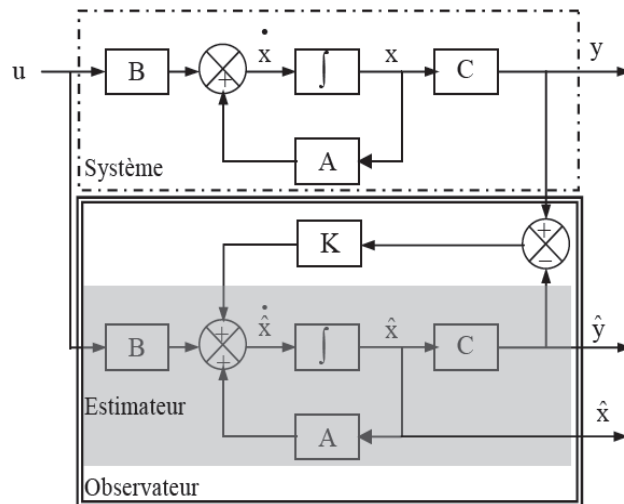


Figure (III.4) : Schéma fonctionnel d'un observateur d'état [2][17]

III.3.3. Classification des observateurs :

Il existe de nombreuses techniques d'observation. Elles diffèrent en fonction de la nature d'un système considéré (linéaire ou non linéaire), de l'environnement considéré (déterministe ou stochastique) et, en fin, de la dimension du vecteur d'état à estimer (complet ou réduit).

En fonction de la nature du système considéré, ces observateurs peuvent être classées en deux grandes catégories :

a- Observateurs pour les systèmes linéaires: ce sont les observateurs dont la construction du gain est basée sur une matrice " A " du système qui est linéaire et invariant dans le temps.

L'observateur de Luenberger et le filtre de Kalman se basent sur cette approche [15].

b- Observateurs pour les systèmes non linéaires: les systèmes peuvent être non linéaires.

Dans ce cas, des observateurs ont été développés pour palier cette difficulté. On peut citer par exemple:

- des observateurs où les gains de correction sont calculés à partir d'une analyse par la méthode de Lyapounov,
- des observateurs à structure variables (modes glissants),
- des observateurs à grand gain.

En fonction de l'environnement considéré, deux grandes familles d'observateurs se distinguent :

c- Observateurs de type déterministes: ce sont les observateurs qui ne prennent pas en compte les bruits de mesures et les fluctuations aléatoires des variables d'état:

l'environnement est déterministe. Parmi ces observateurs nous pouvons citer l'observateur de Luenberger.

d- Observateurs de type stochastiques: ces observateurs donnent une estimation optimale des états en se basant sur des critères stochastiques. Leurs observations se basent sur la présence du bruit dans le système, ce qui est souvent le cas. L'algorithme du filtre de Kalman illustre bien cette application.

En fin, en fonction de la dimension du vecteur d'état, les observateurs du flux peuvent être classés en deux familles[17] .

e- Observateurs d'ordre complet: ces observateurs donnent les informations sur les quatre variables d'état. Ces variables sont définies, soit comme quatre composantes des flux statoriques et rotoriques, soit comme deux composantes du courant statorique et deux composantes du flux rotorique. Remarquons que ces observateurs nécessitent un temps de calcul long. Les matrices dynamiques sont de rang 4 et il faut les réactualiser en introduisant la mesure de la vitesse.

f- Observateurs d'ordre réduit : ces observateurs donnent les informations sur les variables d'état non mesurables (flux). Ces observateurs nécessitent moins temps de calcul que ceux d'ordre complet.

Toute observation physique est perturbée par des signaux parasites qui ont des causes diverses internes ou externes aux dispositifs de mesures.

Dans le cas stochastique, qui est plus général, on peut prendre en compte les bruits du système et les bruits des mesures. Cependant, les gains du filtre sont calculés à partir des paramètres du modèle d'état du processus et des lois de probabilité des bruits.

Dans cette étude, le filtre stochastique de Kalman a été retenu. Comme le fonctionnement de ce filtre est en présence du bruit, la quantification de ces bruits (état et mesure) est essentielle pour le bon fonctionnement du filtre. Il est intéressant de rappeler les différentes sources de ces bruits[17][2].

III.4. Bruit :**III.4.1. bruit d'état :**

Le bruit d'état rend compte des imperfections du modèle par rapport à la machine réelle. Les principales approximations effectuées correspondent aux hypothèses qui ont permis d'élaborer le modèle dynamique de la machine. En général, une machine n'est pas rigoureusement symétrique et la répartition du flux dans l'entrefer n'est pas rigoureusement sinusoïdale (hypothèses simplificatrices). La machine présente en général, des pertes fer qui sont difficiles à identifier et compliquent l'expression mathématique du modèle d'état si on veut les prendre en compte dans la modélisation.

Dans le cas d'une estimation d'état sans extension aux paramètres de la machine, les termes prépondérants de bruit d'état sont dus aux variations des paramètres de la machine. En effet, la résistivité d'un conducteur augmente avec la température[15].

III.4.2. Bruit de mesure :

Les bruits de mesure concernent la chaîne de mesure des courants de ligne, c'est-à-dire les capteurs et les convertisseurs analogiques- numériques (CAN). Il y a donc principalement deux sources de bruits: un bruit analogique, dû au capteur, et un bruit de quantification dû au CAN. Le bruit résultant dépend de l'amplitude de chacun de ces bruits.

Cependant, il faut noter que la majorité de ces bruits (état et mesure) sont prépondérants dans les cas des bancs expérimentaux et pas dans des essais de simulation dans un calculateur numérique [17].

III.5. Filtre de Kalman:

Le filtre est nommé Rudolf Kalman, si Thorvald Nicolai Thiele. et Peter Swerling ont en fait déjà mis au point un algorithme similaire. Stanley Schmidt est généralement reconnu avoir été le premier à développer un mode de réalisation pratique d'un filtre de Kalman. Cela est arrivé lors d'une visite à Ames Research Center de Kalman NASA, à laquelle Schmidt a vu l'applicabilité des idées du problème de l'estimation de la trajectoire de Kalman Apollon, se terminant par Apollo inclure dans le bord du programme informatique. Le filtre a été développé dans des articles scientifiques par Swerling (1958), Kalman (1960) et Kalman et Bucy (1961).

De nombreux types de filtres de Kalman ont été développés plus tard, à partir de la formulation initiale de Kalman, appelé maintenant le filtre simple Kalman; quelques exemples sont le filtre étendu Schmidt, le filtre information et divers filtres racine carrée mis au point par Bierman, Thornton et bien d'autres. Il peut être considéré comme un filtre de Kalman également à la boucle à verrouillage de phase (Phase-Locked Loop ou PLL), le circuit électronique maintenant utilisé dans de nombreuses applications, de la radio aux ordinateurs électroniques et les transmissions de données.

III.5.1. Domaines d'utilisation :

Le filtre de Kalman est un outil de traitement utilisé dans une large gamme de domaines technologiques tels que le traitement du signal, l'automatique le radar et les systèmes de communication. Il est également de plus en plus utilisé en dehors du domaine

du traitement du signal, par exemple en météorologie et en océanographie, en finance et en navigation.

Le filtre de Kalman peut également être utilisé dans les situations où nous voulons lisser filtrer ou prédire les états d'un système dynamique et linéaire, suivant la quantité d'informations disponibles.

III.5.2. Avantage et Inconvénient de FK :

a- Avantage :

La procuration de l'erreur de prédiction qui présente en soit un indicateur de précision.

Son algorithme travaille dans le domaine temporel avec une nature récursive et dispose d'un estimateur optimal dans le sens des moindres carrés.

Un autre aspect de son optimalité est l'incorporation de toute l'information disponible sur le système, les mesures et les erreurs, dans un opérateur adaptatif qui est recalé à chaque fois qu'une nouvelle mesure devient disponible.

Le gros avantage de la méthode est de fournir à chaque itération une estimation des matrices de covariance d'erreur de mesure et d'analyse. Il faut toutefois initialiser correctement ces matrices à l'instant (t_0), et avoir une estimation des matrices de covariance d'erreur modèle et d'erreur d'observation.

b- Inconvénient :

Le FK a été développé seulement pour les modèles linéaires gaussiens.

L'hypothèse des bruits gaussiens n'est pas essentielle pour le fonctionnement du filtre de Kalman, ce dernier approche la densité de l'état sachant l'observation (densité conditionnelle) par une densité gaussienne, déterminée par sa moyenne et sa matrice de covariance. La non linéarité du modèle peut entraîner la multi modalité de la loi conditionnelle de l'état, et ainsi rend le filtre de Kalman inadapté.

Lorsque le système est fortement non linéaire le filtre de Kalman étendu peut diverger (Divergeant: quand l'estimation qu'il nous fournit est entachée d'erreurs qui deviennent de plus en plus importantes. Le filtre devient alors instable et donc insatisfaisant)[18].

III.5.3. Modélisation du filtre de Kalman :

L'objectif de filtre de Kalman est d'obtenir une estimation récursive de vecteur d'état, c'est-à dire un algorithme qui à partir d'une estimation du vecteur d'état à l'instant k fournit une nouvelle estimation, si une mesure est disponible à l'instant $k+1$. De plus l'obtention des différentes équations qui constitue le filtre de Kalman est plus aisée si l'on considère les erreurs d'estimation telle qu'elles se propagent à travers la matrice de covariance de l'erreur[w].

Notre système se modélise de la manière suivante avec une équation prédisant le nouvel état du système en fonction du dernier état connu:

$$x_{k+1} = A_{k+1} * x_k + w_k \quad (\text{III.5})$$

Et d'un système permettant d'obtenir des informations réelles, Cette relation entre mesure et état du système se modélise par l'équation suivante :

$$y_k = H_k * x_k + v_k \quad (\text{III.6})$$

Où,

A_{k+1} la matrice de prédiction de nouvel état du système en fonction du dernier état connu, avant que la mesure à l'instant $k+1$ ne soit disponible.

W_k est le vecteur bruit qui corrompt la prédiction de moyenne nulle.

H_k est une matrice reliant la mesure à un état du système. Bien sûr cette équation reliant la mesure d'un état du système corrompue par le vecteur bruit V_k de moyenne nulle.

De plus W_k et V_k sont des bruits blancs gaussiens, et respectivement de matrice de covariance Q_k et R_k sont[19]:

$$\begin{aligned} E[w_k v_k^T] &= Q_k \\ E[v_k v_k] &= R_k \end{aligned} \quad (\text{III.7})$$

III.5.4. Algorithme du filtre de Kalman :

Lors de l'implantation de l'algorithme du filtre de kalman, on doit commencer par les équations de prédiction. La première itération est caractérisée par l'initialisation d'un certain nombre de valeurs, tels que la covariance de l'erreur P_0 et la valeur initiale x_0 de l'état estimé, prédiction et de correction.

L'organigramme de la figure (III.5) nous montre la succession des équations de filtre Kalman avec l'initialisation et l'introduction des mesures :

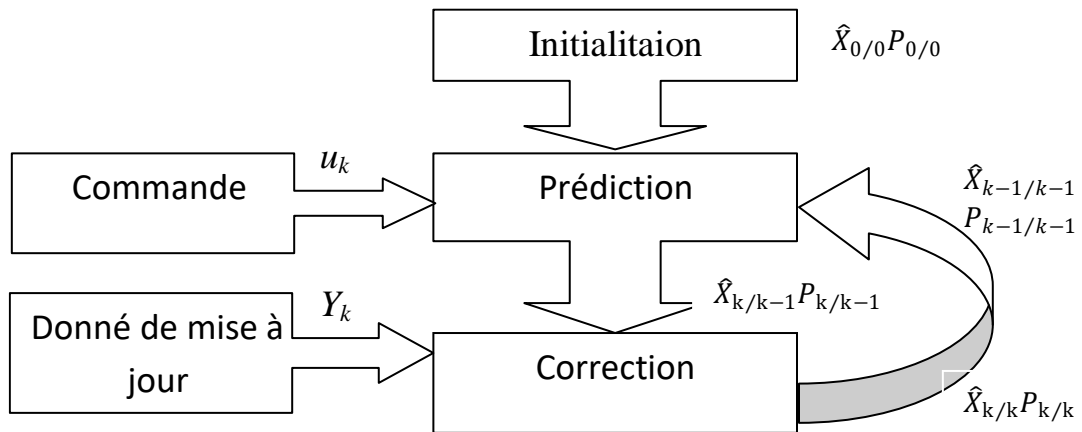


Figure (III.5) : Algorithme récursif du filtre de Kalman [20].

III.5.5. Déroulement du filtrage de Kalman :

Après la modélisation du filtre de Kalman, nous allons maintenant suivre la démarche qui mène aux équations du filtre de Kalman. Si les équations (III.5) (III.6) dessus sont réunies, le filtre de Kalman est le filtre optimal pour l'estimation de l'état du système.

Le déroulement du filtre de Kalman se divise en trois étapes :

a- Etape d'initialisation :

Pour pouvoir utiliser l'ensemble des équations récurrentes constituant le filtre de Kalman, on doit choisir les conditions initiales de l'estimation de vecteur d'état $\hat{x}_{0/0}$ et de la matrice de covariance de l'erreur $P_{0/0}$. Si l'on dispose d'aucune information a priori, on adopte pour l'initialisation du vecteur d'état :

$$\hat{x}_{0/0} = E[x_0] \quad (\text{III.8})$$

Le principe du filtre de Kalman est de minimiser la covariance de l'erreur. Nous avons pour cela besoin de la calculer. Elle vaut :

$$P_{0/0} = P_0 = E[(x_0 - \hat{x}_{0/0})(x_0 - \hat{x}_{0/0})^T] \quad (\text{III.9})$$

b- Etape de Prédiction :

Le filtre de Kalman reprend l'estimation précédente des paramètres et de l'erreur et prédit les nouveaux paramètres et la nouvelle erreur en fonction de la modélisation du système.

Par définition :

$$\hat{x}_{k+1} = E[x_{k+1} | y_1, \dots, y_k] \quad (\text{III.10})$$

Etant donné (III.5) il vient :

c- Estimation a priori (prédiction) de la nouvelle position :

$$\hat{x}_{k+1/k} = A_{k+1} \times \hat{x}_k \quad (\text{III.11})$$

d- La covariance de l'erreur du à cette estimation :

On note l'expression de l'erreur de l'estimation commise sur le vecteur d'état

$$\tilde{x}_k = (x_k - \hat{x}_k) \quad (\text{III.12})$$

$$P_{k+1} = E[(x_{k+1} - \hat{x}_{k+1})(x_{k+1} - \hat{x}_{k+1})^T] \quad (\text{III.13})$$

Et en utilisant les équations (III.5) et (III.11), on aura :

$$P_{k+1} = A_{k+1}P_kA_{k+1}^T + Q_k \quad (\text{III.14})$$

Sachant que $P_k = E[\tilde{x}_k\tilde{x}_k^T]$ représente la matrice de covariance de l'erreur sur l'estimation a posteriori (correction) de la position obtenue à partir de la mesure.

Nous venons ainsi d'établir une première relation entre la matrice de covariance de l'erreur a priori et la matrice de covariance de l'erreur a posteriori.

e- Etape de mise à jour :

A ce niveau du développement de l'algorithme, nous abordons le point clef de l'estimation récursive du vecteur d'état. A cet effet, nous adoptons une estimation linéaire du vecteur d'état de la forme :

$$\hat{x}_k = \hat{x}_{k/k-1} + K_k[y_k - H_k\hat{x}_{k/k-1}] \quad (\text{III.15})$$

K_k est le gain du filtre de Kalman.

Reprenons l'expression de l'erreur de l'estimation et remplaçons l'estimée par son expression donnée par (III.15), il vient :

$$\begin{aligned} \tilde{x}_{k/k} &= x_k - \hat{x}_{k/k} \\ &= x_k - \hat{x}_{k/k-1} \\ &= (1 - K_k H_k)[x_k - \hat{x}_{k/k-1}] - K_k v_k \end{aligned} \quad (\text{III.16})$$

f- La matrice de covariance de l'erreur d'estimation :

$$\begin{aligned} P_k &= E[\tilde{x}_{k/k} \tilde{x}_{k/k}^T] \\ &= E[((1 - K_k H_k)[x_k - \hat{x}_{k/k-1}] - K_k v_k)((1 - K_k H_k)[x_k - \hat{x}_{k/k-1}] - K_k v_k)^T] \\ &= E[(1 - K_k H_k)[x_k - \hat{x}_{k/k-1}](1 - K_k H_k)^T[x_k - \hat{x}_{k/k-1}]^T] + E[K_k v_k K_k^T v_k^T] \\ &= (1 - K_k H_k)(1 - K_k H_k)^T E[x_k - \hat{x}_{k/k-1}][x_k - \hat{x}_{k/k-1}]^T + K_k K_k^T E[v_k v_k^T] \\ &= (1 - K_k H_k)(1 - K_k H_k)^T P_{k/k-1} + K_k K_k^T R_k \end{aligned} \quad (\text{III.17})$$

g- Expression du gain de filtre de Kalman :

Etant donné (III.16), et en appliquant ça dérivé par rapport à un vecteur K_k , $\frac{dP_{k/k}}{dK_k} = 0$

On obtient :

$$P_{k/k-1} H_k^T = K_k [H_k H_k^T P_{k/k-1} + R_k] \quad (\text{III.18})$$

D'où:

$$K_k = P_{k/k-1} H_k^T [H_k H_k^T P_{k/k-1} + R_k]^{-1} \quad (\text{III.19})$$

En utilisant l'expression (III.19) du gain de Kalman, on peut alors simplifier l'expression (III.17) de la matrice de covariance de l'erreur d'estimation[19] :

$$P_{k/k} = (1 - K_k H_k) P_{k/k-1} \quad (\text{III.20})$$

III.5.5.1. Choix des matrices Q et R :

Ce sont via ces matrices que passeront les différents états mesurés, prédits et estimés.

Leur but est de minimiser les erreurs liées à une modélisation approchée et à la présence de bruits sur les mesures. La détermination des matrices Q et R est très délicate puisque les caractéristiques stochastiques des bruits ne sont généralement pas connues[15].

La matrice Q est liée aux bruits entachant l'état, elle influe sur la qualité estimée de la modélisation et de la discrétisation. Une forte valeur de Q conduit à une forte valeur du gain réduisant l'importance de la modélisation et de la dynamique du filtre. Une trop forte valeur de Q peut cependant créer une instabilité de l'observateur[2].

La matrice R est liée aux bruits de mesure. Une forte valeur indique une grande incertitude de la mesure. Par contre une faible valeur permet de donner un poids important à la mesure.

Cependant il faut faire attention au risque d'instabilité aux faibles valeurs de R [17].

III.6. Filtre de kalman étendu :

Le Filtre de kalman étendu réalise une estimation de l'état d'un processus non linéaire. Il permet notamment d'ajouter, au vecteur d'état, une autre variable que l'on désire estimer. Ce filtre est largement utilisé pour l'estimation des diverses grandeurs de la machine asynchrone, tels que la vitesse rotorique le couple de charge les paramètres électriques et les paramètres mécanique.

Etant donné, que le filtre de kalman étendu n'est que l'application du filtre de kalman décrit précédemment dans le cas d'un système non linéaire, par conséquent, ce système doit être discrétisé et linéarisé autour du point de fonctionnement (vecteur d'état estimé) actuel.

Soit le modèle non-linéaire du système à observer :

$$X = f(x, u, t) + w(t) \quad (\text{III.21})$$

$$Y = h(x) + v(t) \quad (\text{III.22})$$

Avec : f et h qui sont des fonctions non linéaire

Le modèle discret de (III.21-22) s'écrit sous la forme suivante :

$$X(k+1) = f(x(k), u(k)) + w(k) \quad (\text{III.23})$$

$$Y(k+1) = h(x(k+1)) + v(k) \quad (\text{III.24})$$

La discrétisation du modèle non linéaire se fait par l'application du théorème de valeur moyenne [16].

$W(k)$ et $v(k)$ représentent toujours le bruit d'état et de mesure. Les hypothèses faites précédemment sur ces bruits restent toujours valables. La fonction non linéaire f relie l'état précédent du système à l'état actuel. Elle inclut l'état et les paramètres du système.

Nous définissons le vecteur des paramètres à estimer ainsi par :

$$\theta = [\theta_1(k), \theta_2(k), \dots, \theta_m(k)]$$

L'état étendu du système sera :

$$x(k) = [x_1(k), x_2(k), \dots, x_n(k), \theta_1(k), \theta_2(k), \dots, \theta_m(k)] \quad (\text{III.25})$$

Selon le modèle d'état stochastique est :

$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ \theta(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A(x(k), \theta(k)) & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ \theta(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B(x(k), \theta(k)) \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} W_x(k) \\ W_\theta(k) \end{bmatrix} \quad (\text{III.26})$$

$$y(k) = [C \quad 0] \begin{bmatrix} x(k) \\ \theta(k) \end{bmatrix} + V(k) \quad (\text{III.27})$$

$$Q_x = [W_x(k), W_x(k)^T] \quad (\text{III.28})$$

Représente la matrice de covariance d'état. En absence d'information supplémentaire, on considère les variances des paramètres comme aléatoires et on les modélise par des bruits balances centrés. La dynamique des paramètres est caractérisée par la matrice de covariance Q. Plus une variance est grande, plus le paramètre correspond est important. En supposant que les paramètres et les états sont indépendants, on défini une matrice diagonale de covariance de bruit d'état et des paramètres comme suit :

$$Q = \begin{bmatrix} Q_x & 0 \\ 0 & Q_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{x1} & 0 & & \dots & & 0 \\ 0 & Q_{x2} & & & & \\ & & \ddots & & & \\ & \vdots & & Q_{xn} & & \vdots \\ & & & & Q_{\theta 1} & \\ & 0 & & & Q_{\theta 2} & \\ & & & \dots & & \ddots & 0 \\ & & & & & 0 & Q_{\theta m} \end{bmatrix}$$

En pratique, les valeurs des bruits à chaque pas d'échantillonnage sont inaccessibles à la mesure directe. C'est pour cela, il faut utiliser des valeurs estimées qui ne tiennent pas compte des valeur des bruits. Donc, les équations (III.23-24) sont approximées aux équations suivantes :

$$\tilde{x}(k+1) = f(\hat{x}(k), u(k), 0)$$

$$y(k) = h(\hat{x}(k), 0)$$

Ou $\hat{x}(k)$ est l'estimation à posteriori de l'état calculé à l'instant discret k. Cette nouvelle forme d'équation d'état du système nous aide à déterminer les équations du filtre de Kalman étendu[21].

III.6.1. Equations du filtre de Kalman étendu :

Les équations du filtre de Kalman étendu sont de forme similaire aux équations du filtre. de Kalman standard à l'exception de l'équation de prédiction d'état qui est remplacée par une équation non linéaire. La seule différence entre les deux groupes d'équations est la linéarisation des fonctions non linéaires par le développement de Taylor du premier ordre, c'est à dire les dérivés partielles premiers des fonctions non linéaires par rapport à l'état et les paramètres du système. Les prédictions de l'état et de la covariance d'état sont données par les équations suivantes [22]:

$$\hat{x}(k+1, k) = f(\hat{x}(k), u(k)) \quad (\text{III.29})$$

$$P(k+1, k) = F(k)P(k, k)F^T(k) + Q(k) \quad (\text{III.30})$$

Ou :

$$F(k) = \left. \frac{\partial f(\hat{x}(k), u(k))}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}(k, k)} \quad (\text{III.30})$$

f : La fonction non linéaire régissant le système.

La matrice de gain du filtre de Kalman est calculée par l'équation suivante :

$$K(k+1) = P(k+1, k)H^T(k+1)[H(k+1)P(k+1, k)H^T(k+1) + R(k)]^{-1} \quad (\text{III.31})$$

Où : R ; représente la matrice de covariance du bruit de mesure .

$$H(k+1) = \left. \frac{\partial h(\hat{x}(k), 0)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}(k+1, k)} \quad (\text{III.32})$$

Finalement, l'estimation de l'état est donnée par :

$$\hat{x}(k+1, k+1) = \hat{x}(k+1, k) + K(k+1)[y(k+1) - H(k+1)\hat{x}(k+1, k)] \quad (\text{III.33})$$

Sachant que notre filtre est récursif, l'actualisation de la covariance de l'erreur est donnée par[21] :

$$P(k+1, k+1) = [I - K(k+1)H(k+1)]P(k+1, k) \quad (\text{III.34})$$

III.6.2. Algorithme du filtre de Kalman étendu :

L'organigramme de la figure (3.7) nous présente le séquençement et l'évaluation des équations du filtre Kalman étendu.

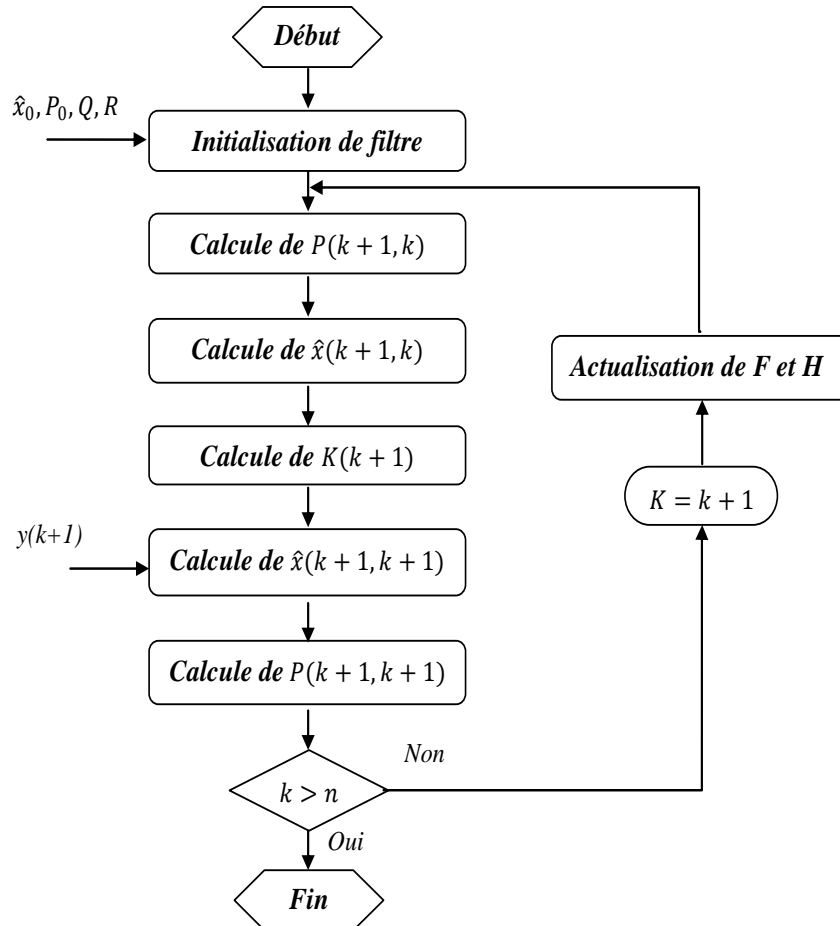


Figure (III.6) : Organigramme de filtre de Kalman étendu [22]

III.6.3. Estimation du vitesse rotorique de la machine asynchrone :

Les stratégies de commande de la machine asynchrone se basent en totalité sur la mesure du vitesse rotorique. Cette mesure est faite à l'aide d'une génératrice tachymétrique ou d'un capteur Parfois, l'utilisation d'un capteur présente quelques inconvénients.

-Il est très cher.

-Il peut prendre beaucoup de place dans les milieux encombrés.

-Il est dans un environnement agressif ; ce qui influe sur la mesure ou être endommagé. D'où, il représente une partie faible du système.

La solution qui permet de surmonter ces inconvénients et surtout le dernier qui réduit beaucoup les performances du système est l'utilisation d'une commande sans capteur de vitesse. la vitesse est donc estimée, en mesurant les tensions et les courants de la machine asynchrone, par utilisation du filtre de kalman étendu[21].

III.6.4. Modèle d'état de la machine pour le filtre de Kalman étendu :

Le modèle d'état de la machine développé dans un référentiel lié aux champs tournant est donné par

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ \psi_{dr} \\ \psi_{qr} \\ \omega_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{L_r^2 R_s + L_m^2 R_r}{\sigma L_s L_r^2} & 0 & \frac{L_m L_r}{\sigma L_s L_r^2} & \frac{L_m \omega_r}{\sigma L_s L_r^2} & 0 \\ 0 & -\frac{L_r^2 R_s + L_m^2 R_r}{\sigma L_s L_r^2} & -\frac{L_m \omega_r}{\sigma L_s L_r^2} & \frac{L_m L_r}{\sigma L_s L_r^2} & 0 \\ \frac{L_m R_r}{L_r} & 0 & -\frac{R_r}{L_r} & -\omega_r & 0 \\ 0 & \frac{L_m R_r}{L_r} & \omega_r & -\frac{R_r}{L_r} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ \psi_{dr} \\ \psi_{qr} \\ \omega_r \end{bmatrix} + \frac{1}{\partial L_s} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{ds} \\ V_{qs} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ \psi_{dr} \\ \psi_{qr} \\ \omega_r \end{bmatrix}$$

III.6.5. Modèle discret de la machine pour filtre de Kalman étendu :

Les équations données ci-dessus doivent être discrétisées pour une implantation numérique des algorithmes du filtre de Kalman étendu où :

$$x(k+1) = A_d x(k) + B_d u(k) \quad (III.35)$$

$$y(k) = C_d x(k) \quad (III.36)$$

A_d et B_d sont les matrices discrétisées du système et de mesure respectivement. Elles sont données par :

$$A_d = e^{AT} \approx I + AT + \frac{(AT)^2}{2} \quad (III.37)$$

$$B_d \approx BT + \frac{(ABT)^2}{2} \quad (III.38)$$

La meilleure approximation est assurée par l'utilisation de développement en série de deuxième ordre. Mais, cette approximation augmente beaucoup le temps d'exécution en

cas d'une implantation temps réel. Le choix de l'approximation doit satisfaire le temps l'exécution réduit et l'exactitude et la stabilité du filtre [21].

$$A_d \approx I + AT \quad (\text{III.39})$$

$$B \approx BT \quad (\text{III.40})$$

III.6.6. Equations du filtre de Kalman étendu applique a la machine :

a- Equation de prédiction d'état :

L'équation de prédiction d'état du filtre de Kalman étendu s'écrit sous la forme :

$$\hat{x}(k+1, k) = f(\hat{x}(k), u(k)) \quad (\text{III.41})$$

b- Equation de prédiction de covariance :

L'équation de prédiction de covariance de l'erreur d'estimation est donnée par :

$$P(k+1, k) = F(k)P(k, k)F^T(k) + Q(k) \quad (\text{III.42})$$

c- Equation de calcul du gain de filtre de Kalman :

$$K(k+1) = P(k+1, k)H(k)^T [H(k)P(k+1, k)H^T(k) + R]^{-1} \quad (\text{III.43})$$

d- Equation de correction d'état estimé :

$$\hat{x}(k+1, k+1) = \hat{x}(k+1, k) + K(k+1)[y(k+1) - H(k)\hat{x}(k+1, k)] \quad (\text{III.44})$$

e- Equation de correction de la covariance de l'erreur d'estimation :

$$P(k+1, k+1) = [I - K(k+1)H(k)]P(k+1, k) \quad (\text{III.45})$$

Ou :

$$H(k+1) = \frac{\partial h(\hat{x}(k), 0)}{\partial x} \Big|_{x=\hat{x}(k+1, k)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.46})$$

III.7. Conclusion :

Le filtre de Kalman est donc un ensemble d'équations très efficace pour obtenir la solution optimale d'un problème dont on n'a qu'une connaissance partielle. Son efficacité vient de son adaptabilité suivant le nombre de capteurs traités, la qualité des informations recueillies ou la modélisation du système qui peut être linéaire ou non, grâce au filtre étendu.

En effet, comme le filtre de Kalman simple, le filtre étendu nous permet d'obtenir une estimation de variance minimale à partir d'observations qui ne sont pas exactes. Par contre, c'est une méthode approximative qui n'arrive pas toujours à converger car la précision du modèle dépend en grande partie des valeurs de l'état initial que l'on choisit de façon plus ou moins empirique.